

COSMOLOGIA CUANTICA

QUANTUM COSMOLOGY

Mario A. Castagnino

Instituto de Astronomía y Física del Espacio

Instituto de Física de Rosario

RESUMEN. Luego de una introducción crítica a la teoría del Big-Bang standard, se presentan resumidamente diversos modelos cosmológicos inflacionarios y su relación con las teorías de supercuerdas y gravedad cuántica.

ABSTRACT. After a critical introduction to the standard Big-Bang theory, several cosmological inflationary models, and their relation with superstrings theory and quantum gravity are concisely treated.

A. EL UNIVERSO Y SUS CARACTERISTICAS PRINCIPALES

El universo es, por definición, el sistema físico que contiene a todos los sistemas físicos. En consecuencia se podría considerar el sistema físico más completo y complicado. Si se lo puede estudiar es porque, como todo sistema físico, se lo puede simplificar enormemente, transformándolo en modelos que obedecen a ecuaciones matemáticas conocidas. Dos propiedades fundamentales del universo permiten que estos modelos resulten simples y tengan éxito. Estos son: el universo es aproximadamente homogéneo e isótropo a gran escala y, el universo se expande. Estudiemos estas propiedades separadamente.

. **Homogeneidad e isotropía.** El universo es una mezcla de materia y radiación. La radiación más abundante, que llena el universo, es un fondo de microondas a una temperatura aproximada de $2,72-2,75^{\circ}\text{K}$, el que muestra sólo anisotropía del uno por mil (10^{-3}), de modo que para esta radiación el universo es homogéneo e isótropo. Respecto a la materia ocurre lo mismo, si tomamos longitudes de un orden adecuado [1], pero las inhomogeneidades,

[1] Esta escala era de 10^5 años luz en el libro de Weinberg (1972). Pero hoy sabemos que no puede ser más chica que 100 Mpc porque se han observado distribuciones de materia de este tamaño (e.g. L'Apparent et al., 1986; Chincarín, Vettolani, 1987; Celler et al., 1987). Podría ser del orden de 100 a 300 Mpc (Einasto, Buffini, 1988). Se pueden buscar también pruebas indirectas de esta escala (Bondar, Ellis, 1986; Stoeger, Ellis, Hellaby, 1987), pero se basan en el principio cosmológico: "no somos el centro del universo". Sin embargo ¡podríamos serlo!! (Ellis et al., 1978; Ellis, 1979). El modelo standard se justifica mejor por su éxito global que por este tipo de razonamientos (Ellis, Stoeger, 1987). En el fondo, como tiene un sólo parámetro, es el único que se presta a hacer un modelo con los pocos datos de que disponemos (Kolb, 1988).

pasan a ser del orden de la unidad para el orden de tamaño de los cúmulos de galaxias.

El diferente comportamiento respecto a la homogeneidad de la materia y la radiación es fácil de comprender. Mientras que en la materia masiva las pequeñas fluctuaciones iniciales crecieron debido a las fuerzas gravitatorias, los fotones son no masivos y sus fluctuaciones no evolucionaron, mostrándonos sólo las fluctuaciones iniciales fósiles. El universo primitivo, en consecuencia fue isotrópico y homogéneo, de modo que estas hipótesis pueden emplearse con mayor exactitud para la cosmología primitiva (la que trataremos en especial en este Informe) que para la cosmología de hoy.

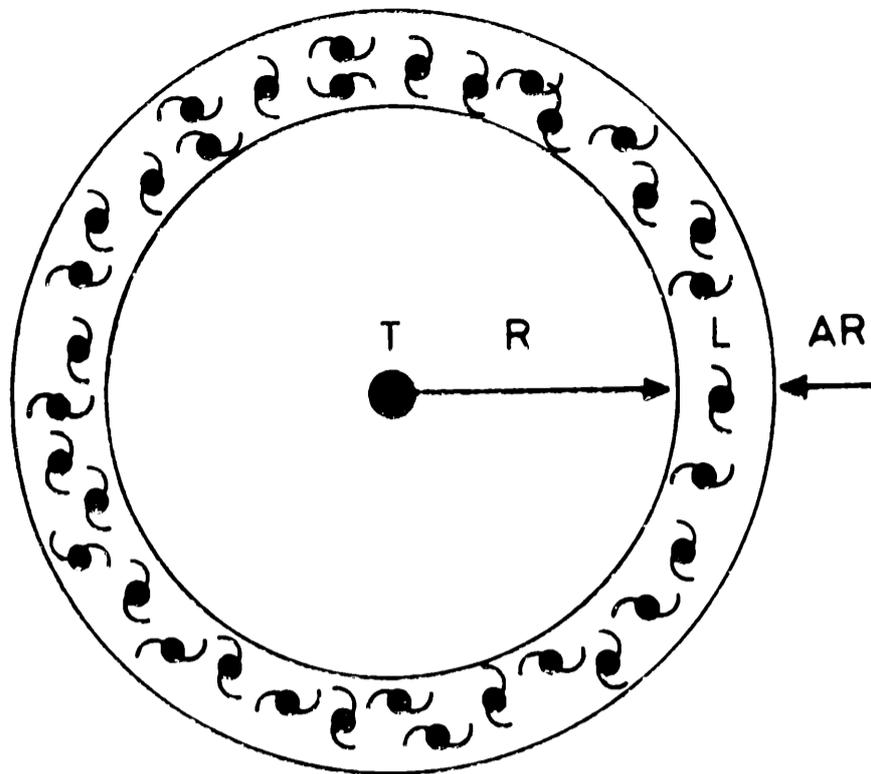
Podemos entonces postular, al menos como una primera aproximación, que ya que queremos hacer un modelo de universo para grandes escalas, éste será homogéneo e isotrópico (luego trataremos de describir las inhomogeneidades de la materia como perfeccionamiento del modelo isotrópico y homogéneo). En este punto no puede resistirse la tentación de contar la paradoja de Olber que demuestra cómo un modelo homogéneo ingenuo no puede funcionar, de modo que una cosmología no ingenua es necesaria para explicar algo tan simple como que la noche es negra. Construyamos pues un modelo ingenuo, homogéneo, estático e infinito (Fig. 1). La tierra, que colocamos en el centro, recibiría luz de todas las galaxias. Si L es la luminosidad de una galaxia típica a distancia R , la parte recibida por la tierra por unidad de superficie sería $L/4\pi R^2$. Si la densidad de galaxias es N , la parte recibida por la tierra desde todas las galaxias desde el volumen entre las esferas de la Fig. 1 es $(L/4\pi R^2)N(4\pi R^2) R$, de modo que la energía que recibe la tierra, por unidad de superficie es

$$L N \int_0^{\infty} dR = \infty$$

La paradoja no se arregla suponiendo que nubes de gas impiden la llegada de la radiación, porque estas nubes se calentarían y comenzarían a su vez a radiar. La paradoja se resuelve suponiendo que el universo o no es infinito o no es estático, porque en ambos casos (y razonado de manera muy primitiva) la última integral resulta

$$L N \int_0^{rv} dR < +\infty$$

donde rv es el radio máximo del universo en el caso finito o el radio del universo visible (ver más abajo, ec. 3) en el caso no estático. En efecto, el universo no es estático, esta es la segunda característica esencial, que efectivamente resuelve la paradoja presentada.



Expansión del universo. El descubrimiento esencial de Hubble es que las galaxias lejanas se alejan de nosotros con una velocidad de [2]

$$v = Hr \tag{1}$$

donde H es la "constante" de Hubble estimada en

$$H = h \cdot 100 \text{ (km/seg.) } 1/\text{Mpc} \tag{2}$$

donde h es un factor numérico entre $\frac{1}{2}$ y 1, difícil de determinar con mayor precisión, porque muchas galaxias próximas, que pertenecen al cúmulo de Virgo, están "cayendo" hacia nosotros y porque la medición de distancias muy grandes contiene muchos errores [3].

Como a medida que nos alejamos vemos galaxias más viejas, el problema consiste en hallar objetos patrones cuya luminosidad pueda ser considerada constante en el tiempo para medir bien las distancias.

La expansión del universo tiene muy importantes consecuencias.

1) Cura la paradoja de Olber porque, muy esquemáticamente, podemos decir que sólo nos puede llegar luz de un universo visible, cuyo radio r_v es, de la ec. (1)

[2] Para movimientos locales ver Lynden-Bell (1987). Para evidencias de corrimiento al rojo anómalo en QSO ver Burbidge (1981), Arp (1987).

[3] Véase trabajo de Burbidge (1988). Sin embargo el valor menor parece el mejor, Sandage (1988).

$$Hrv < c ; rv < c/H \quad [4] \quad (3)$$

donde c es la velocidad de la luz

2) Una expansión de la forma (1) deja el universo homogéneo e isótropo.

3) Extrapolando la recesión de las galaxias hacia atrás en el tiempo debemos admitir que las galaxias emergieron de una fase densa en el pasado.

Extrapolando ingenuamente (1) hacia atrás, hallamos que las galaxias se hallaban en un punto único, con densidad infinita, hace un tiempo

$$t = H^{-1} \quad (4)$$

(ya que la distancia recorrida en t es $v.t = H^{-1}.H.r = r$, o sea recorrieron una distancia r , justo la que separa la galaxia en cuestión del punto donde el Big-Bang se produce [5]).

Llegamos así, naturalmente, al modelo de la "Gran Explosión", el "Big-Bang": Hace aproximadamente un tiempo H^{-1} , la densidad (y la temperatura como veremos) del universo, era infinita; ocurrió una gran explosión y lo que vemos en la actualidad es la expansión debida a esa gran explosión inicial. Pero como debemos hablar de velocidades del orden de la velocidad de la luz (cf.ec.(3)), es bueno que hagamos nuestro modelo recurriendo a la relatividad general desde el comienzo.

B. ECUACIONES RELATIVISTAS

La longitud de arco del espacio de Euclides es:

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

La del espacio de Minkowski, de la Relatividad Especial es una generalización de la ecuación precedente, introduciendo el tiempo como si fuera una variable espacial más, pero con el signo cambiado

$$dS^2 = - dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad [6] \quad (5)$$

Como sabemos, en Relatividad General (RG) sustituimos el espacio plano por el curvo. Un universo en expansión isótropa y homogénea se obtiene multiplicando la parte espacial de la métrica por un factor de escala $a^2(t)$:

[4] $rv = 9,24 \times 10^{27} h^{-1} = 10^{10}$ años luz. El universo observable tendría 10^{11} galaxias, conteniendo 10^{11} estrellas cada una.

⁵ Esta es una simple imagen clásica que luego será modificada por el modelo relativista: el Big-Bang se produce a partir de todos los puntos del universo.

⁶ $\eta_{\mu\nu}$ es el llamado "tensor métrico plano", es una matriz diagonal, con diagonal principal $-1, 1, 1, 1$; o sea $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$. Además llamamos $t = x^0, x = x^1, y = x^2, z = x^3$, de modo que $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$. Repetición de índices implican una sumatoria omitida.

$$dS^2 = - dt^2 + a^2(t)[dx^2 + dy^2 + dz^2] = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (6)$$

obtenemos así el modelo llamado universo de Friedman - Lemaitre - Robertson - Walker (FLRW), espacialmente plano. Eventualmente podríamos necesitar, que la parte espacial de nuestro modelo no fuese plana, podríamos poner, en cambio, una esfera o un hiperboloide de tres dimensiones, o sea

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 \rightarrow dr^2/(1 - Kr^2) + r^2 d\Omega^2 \quad (7)$$

con

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2$$

donde $k = +1, -1, 0$, corresponde a la esfera, el hiperboloide o el plano respectivamente.

La métrica del universo tendrá que ser una solución de la ecuación de Einstein, que es la generalización de la ecuación de Newton ($\nabla^2\Phi = 4\pi G \rho$) al caso relativista:

$$R_{\mu\nu} - (1/2)g_{\mu\nu} - R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (8)$$

donde $g_{\mu\nu}$ es la métrica del universo (que sustituye la métrica plana $\eta_{\mu\nu}$ de la ec. (5), $R_{\mu\nu}$ es el tensor de curvatura contraído, R es el escalar de curvatura, G la constante de Newton ordinaria, Λ la llamada constante cosmológica que deberá ser determinada experimentalmente y $T_{\mu\nu}$ el tensor de energía-momento que oficia de fuente en esta ecuación de campo [7]. El tensor de energía-momento debe ser necesariamente homogéneo e isótropo. En consecuencia este tensor de energía momento, sea de la materia o de la radiación, es [8]

$$T^{\nu}_{\mu} = \text{diag}(-\rho, +p, +p, +p) \quad (9)$$

donde ρ es la densidad de materia-energía y p la presión ($p > 0$ para compresión). En el modelo del Big-Bang standard la materia es tratada como un gas ideal de partículas. Para altas temperaturas [9] como las que se producirían en la gran explosión (temperaturas grandes con respecto a la masa en reposo de las partículas dominantes en el universo) tenemos un gas ideal de partículas sin masa. Entonces es (potencial químico cero):

$$\rho = (\pi^2/30)N(T)T^4 \quad (10)$$

$$p = \rho/3$$

⁷ Más abajo explicamos cómo pueden extenderse las ecuaciones de evolución sin recurrir a B.G.

⁸ En su forma diagonal, o sea en el sistema comoviente.

⁹ Lo que sigue es sólo válido para el período en que la radiación domina a la materia, vale decir antes del "tiempo de desacople". En el universo dominado por la materia ρ sería la densidad de materia ($\rho a^3 = \text{cte}$) y $p = 0$.

$$S = (2\pi^2/45)N(T)T^3$$

donde T es la temperatura, S la densidad de entropía y

$$N(T) = N_b(T) + (7/8)N_f(T) \quad (11)$$

donde $N_b(T)$ [$N_f(T)$] es el número de grados de libertad bosónicos (fermiónicos) a la temperatura T. $N(T)$ en general decrecerá con T, ya que a medida que T disminuye habrá menos partículas que puedan considerarse sin masa y que quedan en equilibrio térmico [10].

En estas condiciones la ecuación de Einstein pasa a ser simplemente:

$$(\dot{a}/a)^2 + k/a^2 - \Lambda/3 = (8\pi G/3) \quad (12)$$

Otro elemento que se postulará en el modelo del Big-Bang standard es que la evolución del universo es adiabática, lo que es lógico ya que el universo no puede intercambiar calor con ninguna fuente, o sea:

$$(d/dt)(Sa^3) = 0 \quad (13)$$

Lo que con la ec. (10) (para el universo dominado por la radiación) y mientras $N(T)$ sea constante, conduce a que

$$aT = \text{cte} \quad (14)$$

lo que demuestra que la temperatura aumenta a medida que a es más chico, o sea que estamos más cerca del Big-Bang.

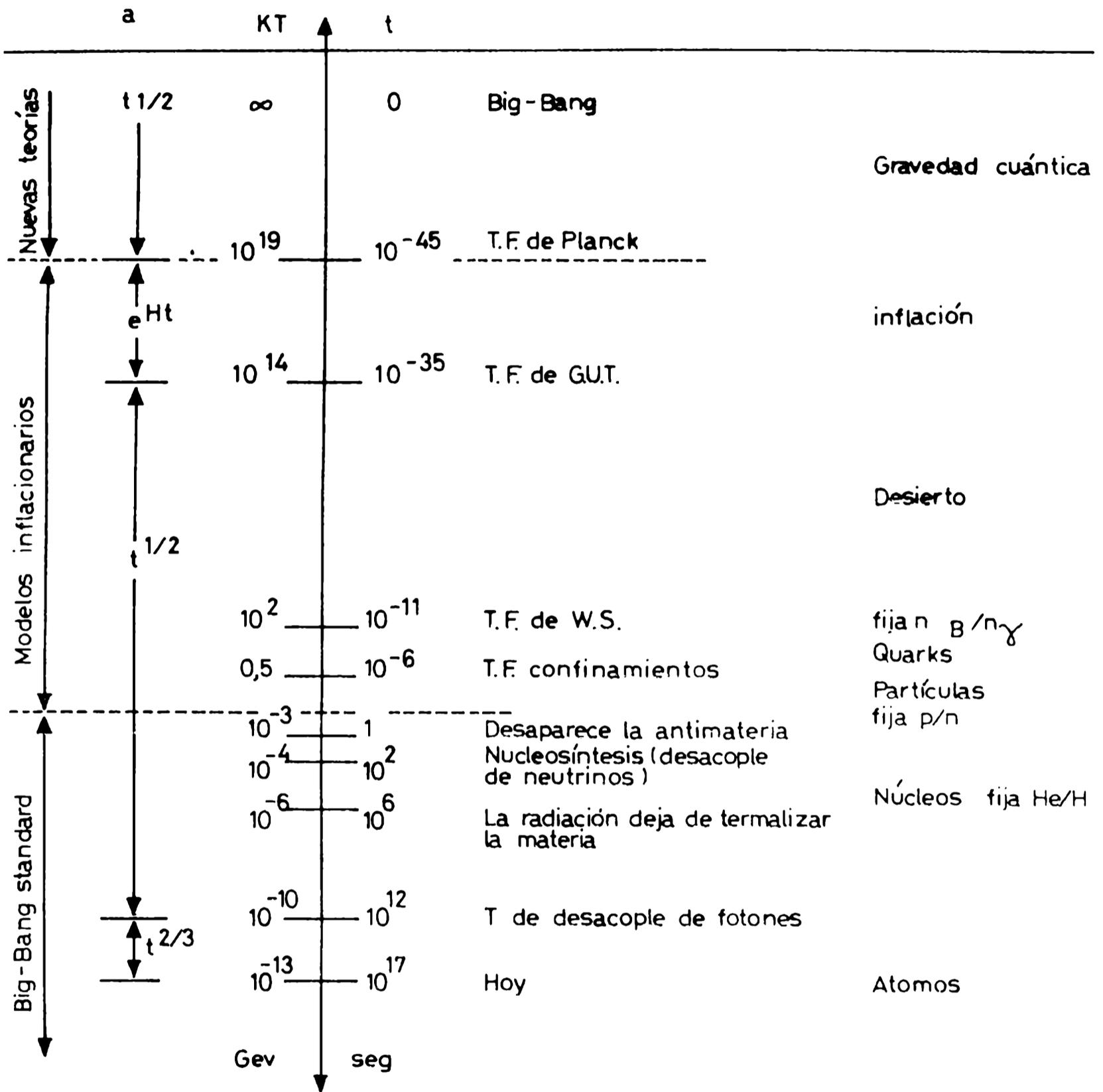
Si no queremos recurrir a la Relatividad General podemos interpretar las ec. (12) y (13) como la conservación de la energía, para el observador conveniente, y la segunda ley de la termodinámica, para el fluido cósmico respectivamente.

Las ecuaciones (10), (12) y (14) nos darán soluciones con a creciente que explican la expansión del universo, como veremos (Las funciones de $a = a(t)$ para $k = 0$ y para distintas épocas, están indicadas en la primera columna de la Fig. 2).

C. HISTORIA TÉRMICA DEL UNIVERSO

En la Fig. 2 hemos esquematizado la historia del universo. Yendo de atrás para adelante, a medida que vamos a mayores temperaturas, la materia está constituida por estructuras cada vez más simples e inversamente, queda descripta cada vez por teorías más sofisticadas y poco conocidas. Pasa, por así decirlo, de un tipo de materia a otra y de una teoría a otra, mediante una transición de fase (TF). Hemos indicado el eje de los tiempos medido en segundos y el de las temperaturas medidas en Gev.

¹⁰ Como energéticamente es $\sim T$ y la energía total es $\omega = \sqrt{n^2+k^2}$ si $T \gg n$ es $\omega \sim k$ y puede decirse que $n \approx 0$.



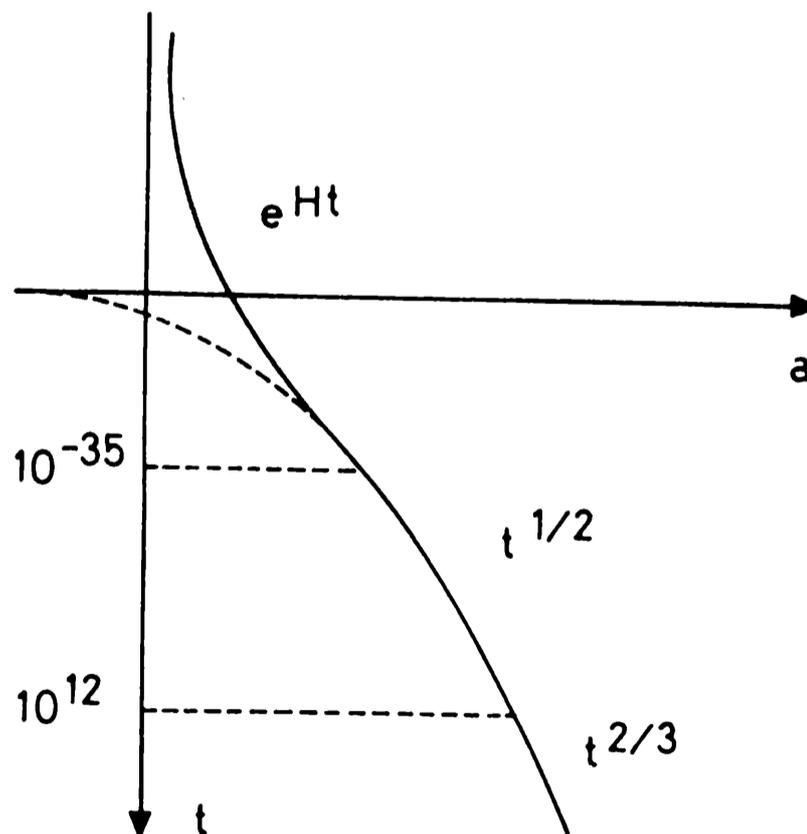
T.F. = transición de fase
 G.U.T = Grand Unified Theory
 W.S. = Weinberg - Salam

$$1 \text{ ev} = 1,16 \times 10^4 \text{ }^\circ\text{K}, \quad 1 \text{ Gev} = 1,16 \times 10^{13} \text{ }^\circ\text{K}$$

Las estructuras se hacen cada vez más simples a medida que la temperatura aumenta.

- A más de ~ 1500 °K las moléculas no pueden existir y se dividen en átomos.
- A más de ~ 4000 °K los átomos no pueden existir, se ionizan y dividen en núcleos y electrones (temperaturas de ionización, 4100 °K = $0,35$ eV). El tiempo correspondiente se llama tiempo de desacople, de los fotones, ya que la materia ionizada se acopla en los fotones difundiendo los y la no ionizada no.
- A más de 10^{-4} GeV los núcleos no pueden existir y se dividen en neutrones y protones. El proceso inverso se llama "Nucleosíntesis".
- A más de ~ 1 GeV los neutrones y protones se dividen en quarks. La transición de fase correspondiente se llama T.F. de confinamiento ya que antes de dicha T.F. los quarks están "confinados" en partículas y luego de ellas quedarán no confinados.
- A más de 10^2 GeV la materia sufre la T.F. de Weinberg-Salam y varias partículas que eran distintas resultan ahora indistinguibles. Prácticamente sólo quedan tres tipos de partículas, los leptones, los quarks y los gravitones.
- A más de 10^{14} GeV una nueva T.F. ocurre, la T.F. de la Gran Unificación donde los leptones y quarks se hacen indistinguibles.
- A más de 10^{19} GeV ocurre la última T.F., llamada T.F. de Planck. Los gravitones, que antes de esta temperatura pueden ser considerados clásicamente, deben ser, en más, cuantificados y (tal vez) se vuelvan indistinguibles con los leptones y los quarks, teniendo en consecuencia una única partícula (o estructura) elemental.

Explicación de la Figura 2.



. Si $T \gg m$, pueden considerarse no masivas las partículas tales que su masa es m , en consecuencia los valores indicados en el eje vertical para KT pueden considerarse que representan los distintos umbrales que separan las partículas masivas de las no masivas.

. Los tiempos están calculados con el modelo clásico. Con el modelo inflacionario hay que multiplicar, al menos por 65 el periodo de inflación, y tal vez por mucho más. El origen de los tiempos en el cuadro es, en consecuencia, el origen de los tiempos "clásico". Si hubo inflación, podemos pensar que hubo tiempos negativos y el origen de los tiempos se extendió, tal vez, hasta el $-\infty$.

. Las evoluciones indicadas $t^{1/2}$, $t^{2/3}$, corresponden al modelo con $\Lambda = 0$ y $k = 0$, llamado de Einstein-De Sitter.

De esta manera el crecimiento de la temperatura nos ha hecho pasar de la enorme complejidad del conjunto de todas las moléculas posibles a la simplicidad de un sólo tipo de partícula. En la Figura 2 hemos trazado también dos líneas horizontales de puntos que separan el tipo de teorías físicas utilizadas. En el tercio inferior, el conjunto de teorías utilizadas, para el Big-Bang standard, está sólidamente comprobado por la experiencia y son universalmente aceptadas. En el tercio medio, las teorías físicas utilizadas para los modelos inflacionarios están satisfactoriamente formuladas pero no están totalmente comprobadas por la experimentación y podrían ser sustituidas por teorías más satisfactorias en el futuro. En el tercio superior tendremos que utilizar teorías tipo cuerdas o gravedad cuántica, de las cuales podemos decir que sólo están medianamente esbozadas y pueden muy bien no resultar satisfactorias. Nuestro programa consiste en estudiar primero el tercio inferior, viendo qué problemas pueden resolverse y qué problemas plantean preguntas que deben contestarse recurriendo a teorías del tercio medio. Proceder luego de igual manera con el tercio medio y ver finalmente qué podemos decir del tercio superior.

En consecuencia, por el momento nos limitaremos a contar la parte de la historia que corresponde al tercio inferior e implica tipos de materia bien conocidos y teorías ya totalmente probadas que se utilizaban en el Big-Bang clásico, de modo que comenzaremos la historia luego de los 10^{-8} seg. cuando, luego del confinamiento de los quarks, las partículas elementales están formadas, constituyendo lo que se llama la "sopa inicial" (Weinberg, 1972). De la parte inicial de la historia tendremos que explicar la relación entre bariones y fotones que resulta:

$$n_B/n_\gamma \approx 10^{-11} \quad (15)$$

esta razón de densidades parece no haber variado sensiblemente desde esa época. El modelo del Big-Bang standard tiene dos importantes verificaciones, la previsión correcta de las razones entre densidades de núcleos y la explicación de la radiación de fondo de $\sim 2,7$ °K. Veamos ambas:

1. ABUNDANCIAS DE NÚCLEOS. Entre 10^{-5} seg. y 1 seg. toda la antimateria ha desaparecido y entre el segundo y el minuto, con una temperatura de 1Mev, los núcleos atómicos pueden formarse. Algo antes y para temperaturas algo mayores, un equilibrio térmico se establece, con respecto a las **interacciones débiles** en particular, reacciones como



que establecen un equilibrio químico entre protones y neutrones, de modo que la abundancia relativa de estas partículas, más o menos protones o neutrones, queda fijada por la mecánica estadística, que depende, claro, de las condiciones físicas reinantes, la temperatura, la densidad y la velocidad de dilatación del universo en esa época. A medida que el universo se expande y enfría, las interacciones débiles cesan de actuar y la relación protón/neutrón se congela, luego los protones y los neutrones pueden comenzar a combinarse en núcleos. La reacción



hace difícil que esta formación pueda comenzar (especialmente porque hay muchos fotones presentes, cf. ec. (15)). Este cuello de botella del deuterio es pesado solamente para $T \lesssim 100 \text{ Kev}$ (10^{-4} Gev), y cuando es pasado, todos los neutrones presentes se combinan en deuterio y finalmente en ${}^4\text{He}$. Elementos más pesados no se producen en estas circunstancias (luego se producirán en las estrellas donde hay más tiempo para cocinarlos). Se puede calcular el ${}^4\text{He}$ producido que resulta

$${}^4\text{He}/({}^1\text{H} + {}^4\text{He}) \approx 0,23 - 0,24 \text{ (en masa)} \quad (18)$$

(o sea aproximadamente el 8% en número de núcleos). Este valor parece ser confirmado por la experiencia dentro de los errores observacionales [11]. Es el resultado más impresionante del Big-Bang standard.

También se ha investigado, con cierto éxito, la abundancia de ${}^2\text{H}$ y ${}^3\text{H}$.

Hay un ingrediente importante en el cálculo de la abundancia de ${}^4\text{He}$ que merece observarse, el resultado del cálculo depende sensiblemente del número de especies de neutrinos. En efecto, cuanto más especies de neutrinos haya, mayor será la densidad de energía (cf. ec. (10)) y mayor la velocidad de dilatación (cf. ec. (12)), en consecuencia cuantos más neutrinos haya, mayor resulta n/p y ${}^4\text{He}/\text{H}$. El cálculo detallado indica que caben solamente cuatro especies de neutrinos. Más especies deben descartarse.

2. La radiación de fondo. Aproximadamente a los 10^{12} seg. (tiempo de desacople $3,5 \times 10^{12} \text{ h}^{-1}$ seg.) y para una temperatura de $\sim 4000 \text{ }^\circ\text{K}$ los átomos pueden formarse. Los electrones que antes estaban libres y que difundían los fotones, haciendo al universo opaco, quedan cautivos y el universo se vuelve transparente. El objeto más lejano que podemos ver es pues este gas opaco a $\sim 4000 \text{ }^\circ\text{K}$ que "redshiftteado" hasta hoy, mediante la ecuación (14), da, justamente los $2,7^\circ\text{K}$. Este es otro acierto importante de la teoría del Big-Bang standard.

D. OTRAS PRUEBAS DEL BIG-BANG STANDARD

Otras pruebas de que el modelo está bien son las siguientes:

¹¹ Precisamente los valores teóricos van de 0,1 a 0,3 y los observados de 0,20 a 0,29.

1. **Densidad de masa.** Si bien el modelo del Big-Bang standard no predice la densidad de masa, correlaciona esta densidad a otras cantidades, principalmente la edad del universo.

La forma tradicional de medir la masa observable es a través de la luminosidad observada, y luego estimar la cantidad de masa necesaria para constituir la fuente luminosa. El parámetro crucial es la razón masa/luz, M/L, que se expresa como múltiplo de la razón M/L del Sol: $(M/L)_s$. Para una población de estrellas típicas es:

$$M/L = (3 - 10)(M/L)_s \quad (19)$$

Una masa comparable se cree que está dentro de las nubes de gas que pueden observarse mediante rayos X y no para luz visible. Sumando estas dos cantidades resulta que se llega muy bien a la masa que los procesos de nucleosíntesis necesitan. Sería muy difícil, sea observacionalmente, sea teóricamente, acomodar mucha más, por ejemplo suponer que existe una gran población de estrellas que han agotado su combustible y que ya no son visibles.

Yendo ahora a la ecuación (12) podemos poner en ella $\Lambda = 0$. En efecto es muy probable que actualmente sea cero, ya que el valor estimado actualmente es:

$$|\Lambda| < 10^{-82} \text{ GeV}^2 \quad (20)$$

o

$$\Lambda / m_{pl} < 10^{-120} \quad [12]$$

ya que si Λ fuera mayor su efecto se notaría en la dinámica de los cúmulos de galaxias, cosa que no se nota. Poniendo pues $\Lambda = 0$ y $k = 0$ (para el espacio plano) tenemos de (12) que:

$$H^2 = (8\pi G/3)\rho \quad (\text{donde } H = \dot{a}/a) \quad (21)$$

y podemos definir la densidad crítica como:

$$\rho_c = 3H^2/8\pi G = 10^{-29} \text{ gm/cm}^3 \quad [13] \quad (22)$$

De la ec. (12) puede deducirse que si $\rho < \rho_c$ es $k = 1$ y el universo eventualmente recolapsará y si $\rho < \rho_c$ es $k = -1$ y el universo se expandirá infinitamente. En términos de la densidad crítica tenemos, para la densidad bariónica [14]

$$\Omega_B = \rho_B/\rho_c \approx 0,01 - 0,02 \quad (23)$$

¹² m_{pl} es la masa de Planck, 10^{19} GeV.

¹³ Sería $1,88 \times 10^{-29} \text{ h}^2 \text{ gm/cm}^3$ precisamente.

¹⁴ Que varía entre $2 \times 10^{-31} \text{ gm/cm}^3 < \rho_b < 7 \times 10^{-31} \text{ gm/cm}^3$ para que la nucleosíntesis del ^2H y el ^3He salga bien, pero que por observaciones directas estaría entre $10^{-31} \text{ gm/cm}^3 \leq \rho_b \leq 10^{-29} \text{ gm/cm}^3$. Usaremos los primeros valores.

Otra forma para medir la densidad de masa es utilizando sus efectos gravitacionales, por ejemplo, midiendo órbitas de rotación alrededor de galaxias. El principio para tales mediciones es extremadamente simple.

Para un cuerpo en órbita circular alrededor de una masa esférica es:

$$v(r)^2 = GM(r)/r \quad (24)$$

donde r es la distancia al cuerpo central, $v(r)$ es la velocidad y $M(r)$ la cantidad de materia contenida en una distancia r desde el centro. Para 100 galaxias espirales se observa que $v(r) = \text{cte}$ en $5 \text{ kpc} \leq r \leq 40 - 60 \text{ kpc}$, lo que es notable ya que la zona visible de la galaxia desaparece para $r \geq 10 \text{ kpc}$. Si la distribución de materia origina la distribución luminosa tendríamos un comportamiento muy diferente, sería $v(r) \approx r^{-1/2}$ a partir de $r \geq 10 \text{ kpc}$.

Estas curvas de rotación muestran que las galaxias están rodeadas de materia oscura con masa de la forma $M(r) \sim r$ (para que $V(r) = \text{cte}$), lo que corresponde a una densidad $\rho(r) \sim 1/r^2$ que es característica de una esfera de gas isotérmica atraída por la gravitación. Y si se extiende este crecimiento lineal de $M(r)$ hasta que las galaxias se toquen, entonces la masa total del universo es aproximadamente la crítica ρ_c [15]. Entonces parece muy razonable que la densidad de masa del universo sea efectivamente ρ_c (lo que hace $k = 0$ y al universo especialmente plano), lo que por otra parte es sugerido por el universo inflacionario, como veremos más adelante.

2. Edad del universo. Hemos visto que la edad ingenua del universo es H^{-1} . Un cálculo más preciso usando la ec. (12) da para la densidad crítica una edad de (considerando sólo las teorías luego de 10^{-6} seg., $k = 0$ y $\rho = \rho_c$ y el modelo de Einstein-De Sitter)

$$t_c = (2/3)H^{-1} = 6,7h^{-1} \times 10^9 \text{ años} \quad (25)$$

Dos métodos han sido utilizados para verificar esta edad:

Edad de los cúmulos globulares. Estos cúmulos se suponen tan viejos como las galaxias que probablemente se formaron muy al principio de la historia del universo. La edad de estos cúmulos puede estimarse mediante observaciones y la teoría de la evolución estelar, obteniéndose:

$$t_{c, \text{glob.}} \approx 15,8 \pm 2,4 \times 10^9 \text{ años} \quad [16] \quad (26)$$

Vida media del ^{235}U , el ^{238}U y el ^{232}Th . Puede estimarse la abundancia de

¹⁵ En efecto la masa de una galaxia típica es $5 \times 10^{10} M_{\odot}$ y puede atribuirse a los halos oscuros una masa de $\sim 10^{12} M_{\odot}$, si bien esto puede ser exagerado. En consecuencia para que el universo sea crítico, como lo quiere el modelo inflacionario, tenemos que encontrar más materia de origen no bariónico, esto conduce al problema de la materia faltante. Y tiene que ser no bariónica porque si fuera bariónica los límites de densidad bariónica impuesta por la nucleosíntesis se superarían.

¹⁶ Iben, Renzini (1985), Pagels et al. (1986). Otros datos son la edad de las enanas blancas $9,3 \pm 2 \times 10^9$ años (Winget, 1987).

estos isótopos en el momento de la formación del universo, ya que probablemente se formaron por captura rápida de neutrones en la explosión de supernovas. La abundancia presente puede ser observada dando la vida media de estos isótopos, ésto da:

$$11,0 \pm 1,6 \times 10^9 \text{ años } [17] \quad (27)$$

Hacia 1984 utilizando estos y otros procedimientos se estimó que la edad del universo es:

$$t = 15 \times 10^9 \text{ años } \pm 10\% \quad (28)$$

cf. D. Schramm, 1984). La coincidencia de (25) y (28) para $h = 1/2$ (el valor asignado por Sandage, 1988) es una confirmación bien impresionante de la cosmología del Big-Bang [18].

Para todas estas deducciones no se ha invocado una física muy exótica ya que las escalas de energías consideradas sólo son 10 Mev, que son bajas respecto de las energías conseguidas en los aceleradores y las densidades utilizadas no son mucho mayores que las de las estrellas. La conclusión de este párrafo es que el universo puede ser ajustado adecuadamente con un universo de Einstein-De Sitter o crítico, pero que entonces debemos explicar la existencia de la materia faltante. Esta conclusión no está totalmente verificada, sin embargo hasta los más escépticos (Burbidge, 1988), concluyen que es muy probable que vivamos en un universo de FLRW, crítico o abierto.

E. CRITICAS AL BIG-BANG STANDARD.

Varias críticas pueden formularse a la teoría del Big-Bang standard y algunas preguntas ni siquiera pueden formularse dentro de la teoría. Estas son:

- 1) La cantidad fósil $n_B/n_\gamma \approx 10^{-11}$ es un pequeño parámetro que no puede explicarse.
- 2) ¿Qué es la materia faltante? Esta materia no puede ser bariónica si no queremos tener problemas con la nucleosíntesis [19] (y queremos un universo crítico).
- 3) La homogeneidad y la isotropía del espacio no es explicada. Debemos

¹⁷ Fowler (1987).

¹⁸ Es difícil acomodar la edad del universo para universos cerrados: el universo sería, en consecuencia abierto o crítico. Tal cosa indica también la medición de q_0 el parámetro de desaceleración que resulta $q_0 = (1/2)(\Omega_m + 2\Omega_r) - \Omega_\Lambda$ con $\Omega = \rho/\rho_c$, $\Omega_r = \rho_r/\rho_c$, y $\Omega_\Lambda = (\Lambda/8\pi G)\rho_c$. Si $\Omega_\Lambda = 0$ y $\Omega_m \gg \Omega_r$ es $q_0 = (1/2)\rho_m/\rho_c$ y las mediciones dan $0 < q_0 < 0,5$ (Burbidge, 1988), luego $0 < \rho_m < \rho_c$ y el universo es abierto o crítico. Todo esto conduciría al universo crítico, pero por cierto no hay una evidencia sólida de que existe la densidad crítica. Tenemos el problema de la materia faltante.

¹⁹ Para otra explicación ver Alcock et al. (1987).

En este plano, en virtud de la métrica (31), los rayos de luz son rectas a 45° . Calculemos ahora exactamente el radio del universo visible. Lo que vemos es el fondo de radiación que ocurrió en el tiempo de desacople, o sea los eventos que hemos indicado con {1}. Si tomamos el Big-Bang como el origen de las η , el tiempo de hoy es t_H y t_0 al tiempo de desacople, es:

$$\eta_{des} = \int_{t_0}^{t_H} dt/a(t) \quad (32)$$

y el x del horizonte visible es $x = |\eta_{des}|$ mientras que su valor real es $a(t_H)x$ η_{des} de modo que tenemos que el diámetro del universo visible L es:

$$L = 2a(t_H) \int_{t_0}^{t_H} dt/a(t) \quad (33)$$

Mientras que si pensamos que la interacción luz y materia ionizada comenzó en el tiempo cero y terminó en el tiempo de desacople, tenemos que la máxima amplitud que puede haber sido termalizada, ya que estuvo en contacto causal es, razonando de igual manera:

$$l = 2a(t_H) \int_0^{t_0} dt/a(t) \quad (34)$$

es éste en consecuencia el diámetro máximo de las zonas que pueden ser termalizadas y en consecuencia son homogéneas.

Si utilizamos las soluciones de la ecuación de Einstein (12) para $k=0$, $\Lambda = 0$ y suponemos, como se hace en el modelo standard que el universo estuvo dominado por la radiación hasta el tiempo de desacople y en consecuencia $a \sim t^{1/2}$ y por la materia luego, de modo que $a \sim t^{2/3}$ hallamos que

$$l < L \quad (35)$$

de modo que el fondo del cielo no estaría causalmente conectado, las zonas homogéneas serían de diámetro inferior al diámetro visible y aparecerían "parches". Un cálculo exacto daría que en 180° del fondo del cielo habría aproximadamente 90 regiones causalmente conectadas (véase Apéndice I)[21] Cada una de estas regiones sería un "parche" que lógicamente no tendría la misma temperatura que los otros de modo que el cielo, en lugar de ser negro y homogéneo estaría formado por "parches" de distintos tonos de gris. El borde de los "parches" serían "horizontes causales", fronteras de la "desconexión causal".

5) De igual manera las pequeñas desviaciones de la isotropía, fluctuaciones que eventualmente generan las galaxias no están explicadas. Sin duda este problema no puede resolverse sin entender el problema anterior.

²¹ En realidad en estos cálculos hemos tomado sólo el tiempo de desacople y la homogeneización que producen los fotones hasta este tiempo. Si quisiéramos utilizar también los neutrinos tendríamos que usar el tiempo de desacople de los neutrinos que es anterior y si quisiéramos utilizar fuerzas aún más "primitivas", necesitaríamos tiempos aún menores que hacen al problema peor.

6) ¿Por qué el universo parece estar tan cerca de la densidad crítica? Esto es muy preocupante porque la densidad crítica es un "punto fijo inestable", como pasamos a demostrar enseguida. Consideremos a

$$|\rho - \rho_c| / \rho$$

y la definición de densidad crítica (22). De (12) Y (14) podemos deducir la ecuación para la evolución de la temperatura, que para $\Lambda = 0$ es

$$(\dot{T}/T)^2 + \epsilon T^2 = (8\pi G/3) \rho \quad (36)$$

donde

$$\epsilon = k/a^2 T^2 \quad (37)$$

Notemos que la conservación de la entropía indica que ϵ es constante. Por (14) la (36) puede escribirse como

$$H^2 + \epsilon T^2 = (8\pi G/3)\rho \quad (38)$$

o sea

$$(8\pi G/3)\rho_c + \epsilon T^2 = (8\pi G/3)\rho$$

Luego

$$|\rho - \rho_c| / \rho = (3/8\pi G)(\epsilon T^2 / \rho) = (45\epsilon / 4\pi^3 G N T^2)^{1/3} \sim T^{-2} \quad (39)$$

lo que demuestra que ρ_c es un punto fijo inestable para la expansión del universo. Para que veamos lo que resulta insatisfactorio notemos que hoy es, de acuerdo a todos los datos disponibles:

$$0,1 < \rho / \rho_c < 4 \quad (40)$$

(donde hemos utilizado los límites más amplios posibles).

Si consideramos el universo espacialmente esférico ($k = 1$) ϵ resulta relacionada a la entropía mediante [22]

$$|\epsilon| = 1/(aT)^2 = O(1)N^{2/3}S^{-2/3} \leq 10^{-58} N^{2/3} \quad (41)$$

donde N es el número de tipos de partículas que podemos tomar igual a 10^{22} .

²² Definimos la entropía total como $S = Sa^3$, donde le ponemos a a dimensión de longitud. De

$$(10) \quad S = (2\pi^2/45)N(T)T^3 \quad y$$

$$(14) \quad a\dot{T} = cte$$

sigue la (41), primer término El segundo se obtiene de (39), donde despejamos ϵ , que es una constante a partir de los datos de hoy, incluida la (40)

Entonces, por ejemplo, para $T = 10^{17}$ Gev obtenemos

$$|\rho - \rho_c|/\rho < 10^{-55} \quad (42)$$

Este es un nuevo fine-tuning de las condiciones iniciales que debe ser explicado.

Este problema puede ser formulado de tres maneras equivalentes:

a) ¿Por qué la densidad de energía está tan próxima a la crítica y estuvo tan fantásticamente próxima en el universo primitivo (cf. ec. 42)?

b) De la ec. (37) surge que, como $\epsilon \approx 0$, es $k \approx 0$ y podemos considerar que el universo es casi plano. Nos preguntamos, ¿por qué el universo es casi plano?. Por esto este problema es llamado problema de la "chatura" [23]

c) ¿Por qué la entropía es tan grande? $S > 2 \times 10^{87}$ (cf. ec. 41). Como se ha conservado desde el comienzo del universo, y debería haber sido originada en procesos elementales que le debieron haber dado razonablemente un valor próximo a la unidad, tendría que tener este valor y no un valor fantásticamente grande. O sea, si fue originada por procesos microfísicos durante el Big-Bang, debería tener un tamaño microfísico, y no un tamaño enorme (más que macrofísico, ¡casi cosmológico!).

7) Finalmente una última pregunta, ¿por qué Λ es tan pequeña (cf. ec. 20)?

En principio la microfísica puede conducir a una respuesta plausible para todas estas preguntas (con excepción de la 7), para lo cual tendremos que recurrir a la serie de teorías para más de 10 Mev que indicamos en la Fig. 2 (todas ellas para energías menores a 10^{19} Gev, o sea posteriores al tiempo de Planck), las que hemos llamado anteriormente el "tercio medio".

F. DENSIDAD DE BARIONES

En las teorías Gran Unificadas, el número de bariones parece no conservarse, entonces n_b/n_γ puede determinarse por la física de esta época. Las teorías gran unificadas sugieren que para $T \geq 10^{15}$ Gev el intercambio de partículas muy pesadas estableció un equilibrio estadístico en el cual la abundancia relativa de bariones y antibariones era uno [24]. A medida que disminuía la temperatura, desapareció este intercambio que viola la conservación del número bariónico, y una asimetría neta se estableció y congeló, luego de lo cual los procesos que violan el número bariónico se volvieron

²³ En realidad en nuestro razonamiento, $k = 1$ y lo que queremos decir rigurosamente es que la curvatura de las secciones espaciadas del universo es extremadamente chica.

²⁴ Para estas altas energías, las interacciones débiles no jugaron ningún papel, y como éstas son las responsables de romper la simetría y antimateria, se supone que en esta época había tanta materia como antimateria. Había en consecuencia interacciones que hacían pasar bariones a antibariones y mantenían la razón entre materia y antimateria igual a uno. Cuando más tarde comienzan a funcionar las interacciones débiles, este equilibrio se rompe entre 10^{-5} seg. y 1 seg. luego del Big-Bang.

muy raros (estas interacciones que violan el número bariónico, violan también la simetría CP). Los cálculos cuantitativos de este proceso son muy imprecisos ya que las masas de las partículas mediadoras están mal determinadas, pero los resultados demuestran que el número n_B/n_γ observado no es ni ridículamente pequeño ni ridículamente grande.

En consecuencia n_B/n_γ queda determinada por la microfísica.

De modo que los procesos para determinar n_B/n_γ y p/n son del mismo tipo.

1- Hay una interacción que establece un equilibrio térmico (la mediada por las partículas muy pesadas de GUT para n_B/n_γ y la correspondiente a la interacción débil para p/n).

2- La mecánica estadística de la época definida por la T , ρ y \dot{a} , fija la razón en cuestión: n_B/n_γ o p/n .

3- T disminuye, la interacción desaparece y la razón n_B/n_γ se congela.

G. LA MASA FALTANTE

La física de las partículas elementales provee muchos candidatos para la materia oscura no bariónica.

i) **Neutrinos**. Podría existir un fondo cosmológico de neutrinos análogo al fondo cosmológico de fotones, dejado libre a $T = 1$ Mev, temperatura a la que el universo se volvió transparente a los neutrinos. Podemos estimar que hay 100 ($\nu + \bar{\nu}$) por cada especie por centímetro cúbico. Si la masa de una de estas especies de neutrinos es de ~ 50 ev, bastaría para producir la densidad crítica ρ_c (en 1985 se estimó que los neutrinos podrían tener una masa de 17 ev.).

ii) **Axiones** [25]. Es una partícula muy ligera de masa del orden de 10^{-5} ev que interactúa muy débilmente con la materia. Cosmológicamente los axiones se producen copiosamente y son muy fríos.

iii) **Partículas supersimétricas**. Fotinos, gravitinos, etc. (genéricamente "inos") son formas diferentes de materia faltante. Tienen distintas implicaciones cosmológicas, en particular para la teoría de la formación de los cúmulos de galaxias. Mayores estudios sobre estas cuestiones nos permitirá decidir sobre la naturaleza última de la materia faltante.

H. EL UNIVERSO INFLACIONARIO

Alan Guth (1981) hizo una brillante contribución a la cosmología concibiendo el universo inflacionario, que resuelve simultáneamente el

²⁵ Un campo de Higgs que sirve para romper muy poco las simetrías P y T en la QCD.

problema de los horizontes [26] y la chatura, que además abre el camino para resolver el problema de las fluctuaciones.

Supongamos que concebimos un modelo de juguete donde la materia está representada por un campo escalar neutro ϕ [27] de lagrangiano

$$\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) = (1/2) \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - U(\phi) \quad (43)$$

Podemos calcular el $T_{\mu\nu}$ clásico y su densidad de energía que resulta

$$\rho[\phi] = (1/2)\dot{\phi}^2 + (1/2)(\nabla \phi)^2 + U(\phi) \quad (44)$$

Supongamos que el potencial clásico tenga un vacío falso (relativo) para $\phi = 0$ (Fig. 4) y un vacío absoluto para $\phi = \sigma$, o sea que obedezca al diagrama (línea llena)[28].

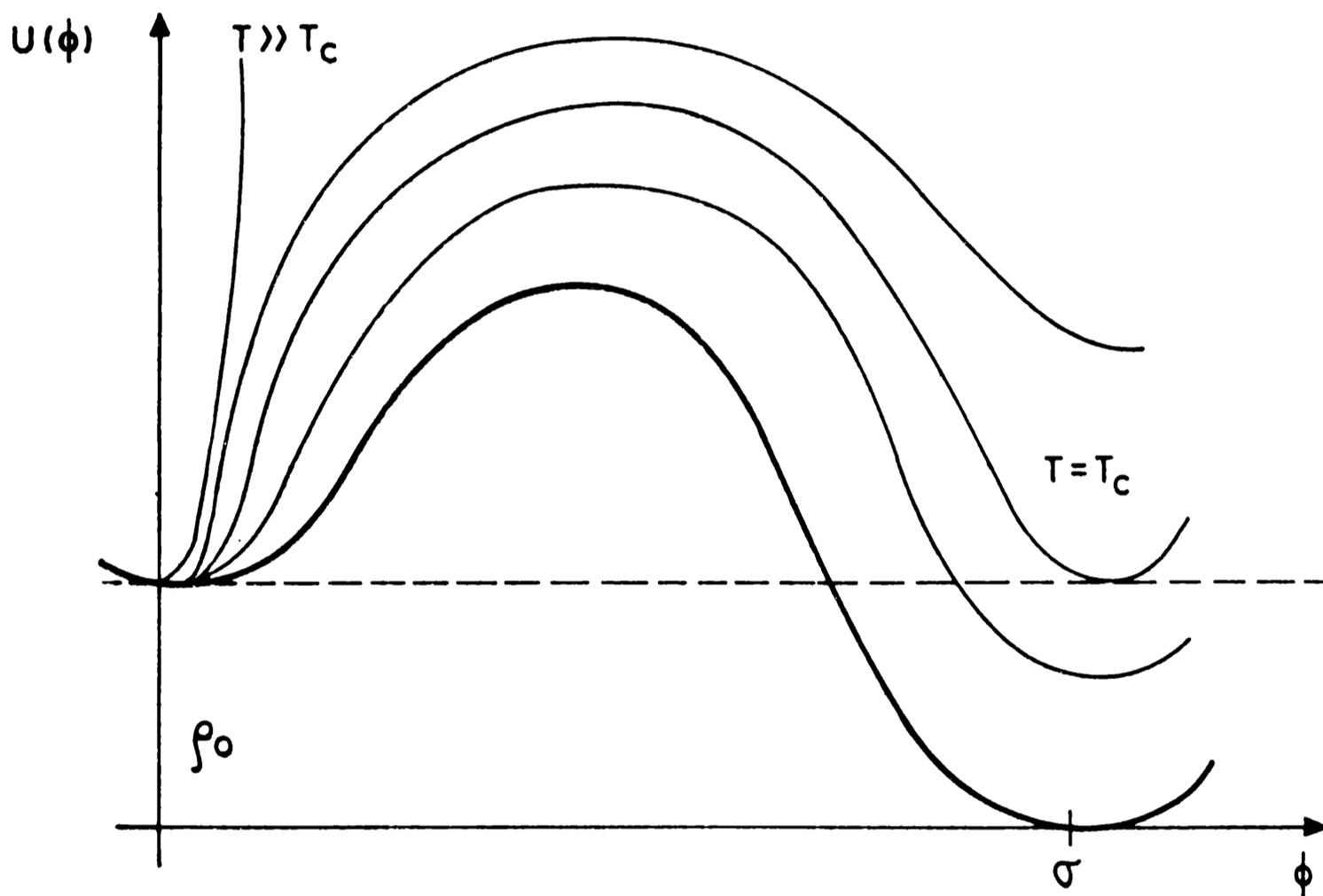


Figura 4

26 La homogeneidad e isotropía también.

27 Eventualmente, en un modelo realista ϕ es el potencial de Higgs.

28 Las teorías de GUT tienen también potenciales de este tipo.

Mientras el campo esté en el vacío falso $\phi = 0$, aparecerá una densidad de energía constante ρ_0 , que colocada en la ecuación (12) oficiará de constante cosmológica $\Lambda = 8\pi G \rho_0$, a pesar que dicha constante cosmológica sea en realidad cero, para el vacío verdadero. Esta constante cosmológica hace que la ecuación (12) tenga una solución exponencial e^{Ht} , o sea es inflacionaria, por un cierto período (como veremos). Este período inflacionario resuelve los problemas del Big-Bang standard.

En realidad el proceso ocurre de la siguiente manera. El potencial a considerar no es el clásico, hay que tener en cuenta correcciones cuánticas, de temperatura y gravitatorias, las que producen un potencial corregido o efectivo $V_{\text{eff}}(\phi)$ (línea de puntos). Este potencial depende principalmente de la temperatura y varía como lo indican las líneas de puntos según la temperatura: es una parábola para $T \gg T_c$ (temperatura crítica), tiene los dos mínimos a la misma altura para $T = T_c$ y luego se vuelve como la línea llena para $T = 0$. Cuando $T < T_c$ el vacío $\phi = 0$ ya no es más verdadero (absoluto) de modo que puede ocurrir un "tunneling" al vacío verdadero (seguido de un readamamiento por la pendiente del potencial) que lleva al sistema al vacío verdadero $\phi = \sigma$ (produciendo, de paso, un rompimiento espontáneo de simetría [29]). Cuando $T \approx 0$ y $\phi = \sigma$, es $\Lambda = 0$ y salimos de la fase inflacionaria que en consecuencia dura sólo un período de la evolución del universo. Esta fase resuelve los siguientes problemas (del párrafo E):

3) **Homogeneidad e isotropía.** Si el universo se expande exponencialmente, se expande por un factor enorme de modo que toda inhomogeneidad preexistente se plancha.

4) **Horizontes.** Si $a \sim e^{Ht}$ la integral de la ec. (34) da un resultado muy grande y $L < 1$, de modo que los horizontes desaparecen (es como si hubiéramos corrido muy abajo el eje x , en la Fig. 3, ver cálculo en Apéndice II).

6) **Chatura.** Igualmente si el universo se expande con un factor enorme, la métrica espacial debe aparecer como muy chata (solución al problema E.6.b), lo que obliga a que la densidad sea aproximadamente la crítica. (solución al problema E.6.a, existe en consecuencia materia oscura), y la entropía necesaria se produzca, porque la evolución forzada por el término cosmológico, que puede asimilarse a una energía externa, ya no es adiabática[30] (solución al problema E.6.c.). La inflación se realiza, en realidad, en un espacio de De-Sitter, donde todas las densidades son, debido a la simetría de este espacio, constantes, entre ellas la densidad de entropía S [31]. De modo que la entropía total en ese período no será constante sino que crecerá como

$$S = a^3 S_0, \quad \dot{S} = \text{cte.}$$

²⁹ O sea un cambio de fase que hace pasar de un modelo a otro, GUT a W.S., etc.

³⁰ En un cálculo clásico, tendríamos que poner un factor $\eta_{\text{standard}} / \eta_{\text{inflacionario}}$, obtenido del apéndice AII, en lugar de $O(1)$ de la ec. (41).

³¹ Esto es en realidad un razonamiento eurístico, una explicación detallada es mucho más complicada, pero explica al menos groseramente la cantidad de inflación necesaria.

El proceso es en consecuencia no adiabático, en este período, ya que la expansión producida por puede considerarse como una fuerza externa que entrega energía al sistema, sacándola del campo cuántico. Durante el período de inflación, el radio crecerá como

$$e^{HT_1}/e^{HT_0} = e^{HT(t_1-t_0)} = e^{H\tau}$$

siendo t_0 el tiempo en que comienza la inflación, t_1 el tiempo al que termina y $\tau = t_1 - t_0$ el período de inflación. La entropía que tenemos que justificar es, de la ec. (41), $S \sim 10^{87}$ y si para $t_0 S$ producido por procesos elementales es $S \sim 1$ debe ser

$$e^{3H\tau} \sim 10^{87}$$

luego

$$e^{H\tau} \sim 10^{29} \quad (45)$$

Este número resuelve ampliamente el problema de los horizontes calculados desde el tiempo de desacople para $T = 10^{10}$ Gev. pero es mucho más generoso ya que puede resolver eventuales problemas de horizontes para temperaturas mucho mayores de modo de usar todos los posibles tipos de interacciones para homogeneizar (en realidad esta explicación es una sobre-simplificación, ya que si fuera estrictamente cierta y $S = \text{cte}$, por la ec. (10) es $T = \text{cte}$ durante la inflación, lo que no es cierto. Es sólo una aproximación global, la energía del campo pasa al sistema y se transforma en temperatura).

Para calcular las ecuaciones (32) a (36) hemos utilizado el tiempo de desacople vinculado al período de homogeneización por los electrones libres, de la materia ionizada antes que el universo fuera transparente, pero si queremos que la homogeneización sea producida también, como dijimos, por fuerzas más elementales [32], podemos tomar una época en que la temperatura era $T = 10^{17}$ Gev (o sea dos órdenes de magnitud mayor que la temperatura de GUT), entonces repitiendo el razonamiento, no obtendríamos 90 horizontes sino muchos más, precisamente

$$1/L \sim 10^{-23} \quad (46)$$

Si queremos que todas esas fuerzas tengan tiempo para homogeneizar el universo el período inflacionario debe ser (cf. Apéndice 11)

$$e^{H\tau} > 10^{28} \sim e^{85} \quad (45')$$

o sea del orden de (45), inflación necesaria para adquirir la entropía

³² Ya que reacciones tipo (16) o (17) conducen también a la termalización y a la igualdad de temperatura entre los distintos componentes de la radiación y la materia en distintas etapas de la evolución del universo. Estas termalizaciones deben ser tenidas en cuenta, no sólo la última, sino podría existir el problema de los horizontes para los neutrinos que se desacoplarían mucho antes que los fotones, etc.

requerida, ya que de esa manera la escala $a(t)$ se incrementa de $a(t) \sim e^{Ht}$ en el período inflacionario, produciendo todos los efectos señalados. En general todos los modelos inflacionarios dan números superiores a estos [33].

Finalmente los modelos inflacionarios tienen dos ventajas, ya que permiten afrontar el problema (5) [34] del párrafo E y calcular las fluctuaciones iniciales (las que resultan, sin embargo, 5 órdenes de magnitud mayores a las reales para los modelos más simple [35]) y resuelve, por otro lado, el llamado problema de la densidad de monopolos. En efecto, muchas teorías de Gauge, como las que hay que usar, predicen la aparición de soluciones topológicas no triviales, monopolos, cuerdas, paredes, etc., con densidades no compatibles con la experiencia. Estas estructuras se formarían sólo en las fases iniciales del universo, cuando la simetría no está rota, y la densidad sería disminuida por el proceso de inflación hasta valores compatibles con la observación, de modo que ésta es otra ventaja de la inflación.

Las soluciones de monopolo surgen para el campo de Higgs ϕ con $V(\phi) = 0$ en toda teoría cuyo grupo G contiene de manera no trivial el grupo $U(1)$. Se trata de soluciones clásicas a la ecuación de campo de $\phi \neq 0$, extendidas y con energía estática finita, que hay que calcular utilizando la teoría de monopolos, y con una topología no trivial, la que tiene un cierto número de vueltas (winding number). Sin conocer el número de monopolos por unidad de volumen no se pueden hacer más cálculos o consideraciones de modo que no haremos ninguna, para no apartarnos del tema central. Estos monopolos tendrían suficiente energía para cerrar el universo por varios órdenes de magnitud. La solución es que los monopolos no pueden formarse ahora, ya que $V(\phi) = 0$ y su densidad inicial es diluida por la inflación [36].

I. PROBLEMAS DEL MODELO INFLACIONARIO

En el modelo inflacionario es sumamente importante el proceso de decaimiento del vacío falso al vacío verdadero. Este proceso es equivalente al cambio de fase de un gas a líquido, cuando la temperatura disminuye, proceso en el cual se forman gotitas (o burbujas si fuera al revés). El cambio de fase cosmológico se produce también dentro de recintos donde aparece el vacío verdadero, una burbuja, dentro del resto del espacio donde el vacío falso domina.

Si realizamos el cálculo detallado de la forma de producirse las burbujas, con los potenciales ordinarios de la teoría de gauge cuyos

³³ Necesitamos en consecuencia un número mínimo de factores e que varía entre 58 y 65 según los autores y los valores tomados.

³⁴ La existencia de las fluctuaciones en la fase inflacionaria se basa en la existencia de la temperatura de Hawking.

³⁵ Debería ser $|\delta\rho/\rho| = 10^{-4}$. Esta es la "fluctuación de densidad en el horizonte" que resulta 10^5 veces más grande.

³⁶ Superpartículas, que serían posibles, y posibles rotaciones de partes del Universo son también diluidas con igual método.

parámetros en general contienen un término de masa $(1/2)\mu\phi^2$ ^[37] en el potencial, obtenemos burbujas que en nada se parecen a nuestro universo: o el cambio de fase nunca termina, porque la zona fuera de las burbujas (que está en vacío falso) se expande a mayor velocidad que la formación de la burbuja, o se forman estructuras que no tienen nada que ver con nuestro universo (una burbuja grande rodeada de burbujas chicas). Este es el principal problema de la llamada "Vieja inflación" (Guth, 1981).

Si hacemos un fine-tuning de los parámetros de la teoría, de manera de eliminar el término de masa y llegar así a un tipo de potencial llamado de Coleman-Weinberg, el problema desaparece porque el potencial es muy plano en su máximo, el rodamiento del vacío es muy lento y se forma una única burbuja, que engloba a todo el universo. Este es el escenario de la "Nueva inflación", debida a Albrecht, Steinhard y Linde (1982).

Como veremos, es la forma del potencial $V(\phi)$ la que determina el comportamiento del modelo. Si fijamos este potencial sin tener en cuenta otros objetivos que obtener una buena inflación, podemos hallar efectivamente una función $V(\phi)$ que satisfaga todos los requerimientos que hemos venido señalando: que las burbujas que aparezcan sean las adecuadas, que la escala de las fluctuaciones sea la correcta, etc. Pero, un modelo "ad hoc", construido al sólo efecto de satisfacer todos los datos observacionales no es satisfactorio, ya que constituye, en el fondo, un "fine-tuning" de $V(\phi)$ y lo que justamente se quería evitar eran los ajustes finos. Los modelos "ad hoc" tienen, por cierto, interés, ya que van permitiendo comprender la teoría de la inflación, pero no son la solución que hemos estado buscando. En realidad, lo que quisiéramos es hallar un modelo "síntesis" que explique simultáneamente la física "local" de las partículas elementales y la cosmología "global". O sea que el potencial $V(\phi)$ no sea fijado "ad hoc" sino que surja naturalmente como consecuencia de una teoría de las partículas elementales que también sea aplicada para explicar el comportamiento "local" de las mismas. Este modelo no se ha hallado aún, y éste parece ser el obstáculo principal que hay que vencer para continuar el estudio de la cosmología cuántica.

Por el momento conviene hacer una clasificación de los modelos existentes. Los mismos pueden ser clasificados en (damos sólo un ejemplo de cada tipo):

Modelos no supersimétricos. El más completo es el modelo no supersimétrico basado en la GUT-SU5 (Shafi, Vilenkin [1984], Fi [1984]). En la última versión tiene un campo escalar "ad hoc", el "inflstón", que es la parte real de un singlete de gauge complejo con un potencial Coleman-Weinberg, de la forma:

$$V(\phi) = B\sigma^4/2 + B\phi^4[\ln(\phi^2/\sigma^2) - 1/2] \quad (47)$$

donde ϕ es el campo complejo y B un coeficiente del orden de $O(10^{-14})$. Se debe suponer que los acoplamientos de ϕ con todos los otros campos de la

³⁷ Como hay varios parámetros indeterminados, μ no se conoce muy bien.

teoría son menores que 10^{-7} , para evitar correcciones cuánticas que arruinen el pequeño orden que debe tener B. La parte real de ϕ es el inflatón y la parte imaginaria puede considerarse un axión. ϕ induce una ruptura de la simetría SU_5 cuando recibe un valor de expectación de vacío no nulo. Se requiere que dicho valor sea $\sigma = 10^{16}$ Gev (¡casi la energía de Planck!) Habiendo introducido estos parámetros "ad hoc" el modelo resulta simple y explica el universo observable.

. **Modelos supersimétricos.** Los modelos supersimétricos tienen la ventaja de que las correcciones radiativas que normalmente arruinan la pequeñez de los parámetros, necesaria para que el modelo tenga éxito, se cancelan por efecto de la supersimetría.

Un ejemplo de modelo supersimétrico que funciona es el de Holman, Ramond y Ross (1984). El modelo tiene un "superpotencial" con un "sector de inflatón" $l = (\Delta^2/M)(\phi - M)^2$, donde $M = m_{pl}/(8\pi)^{1/2}$ (¡de nuevo un parámetro del orden de la masa de Planck!). El potencial en estos modelos se usa como un desarrollo en serie en ϕ/M que resulta:

$$V(\phi) = \Delta^4(1 - 4\phi^3/M^3 + 6,5\phi^4/M^4 - 8\phi^5/M^5 + \dots) \quad (48)$$

Para $\Delta/M \approx 10^{-4}$ o sea $\Delta \approx 2 \times 10^{14}$ Gev, la densidad de las fluctuaciones y el período de inflación resulta el adecuado. En consecuencia nuevamente, habiendo introducido un "sector" cuyo único objeto es producir inflación y ciertos parámetros "ad hoc" el modelo es simple y funciona.

Los dos modelos tienen dos problemas potenciales.

- **Gravedad cuántica.** Los dos modelos tienen parámetros próximos a los parámetros de Planck, de modo que, en principio, habría que estudiarlos cuantificando la gravedad. Sin embargo se los ha estudiado sólo semiclásicamente, ya que estudios preliminares sobre este problema indican que la aproximación semiclásica es suficiente.

- **Valores iniciales.** En ambos modelos los acoplamientos son extremadamente débiles si queremos que los modelos funcionen. En consecuencia es poco probable que exista un equilibrio térmico local y no existe en consecuencia razón alguna para tomar $\phi \approx 0$ como condición inicial. Podríamos decir que estamos en una región del universo cuya condición inicial fue justamente $\phi \approx 0$, pero de esta manera estamos haciendo otro ajuste fino.

Parece más razonable suponer que el ϕ inicial tuviera un valor tomado arbitrariamente y en consecuencia distinto de cero. Una teoría construida sobre esta premisa se ajusta más al espíritu de la inflación. Dicha teoría fue formulada por Linde (1983) y se denomina "inflación caótica". Supongamos un potencial escalar simple de la forma $V(\phi) = \lambda \phi^4$, con un mínimo en $\phi = 0$. Supongamos además que las condiciones iniciales son $\phi = \phi_0 \neq 0$ y que $\phi(x)$ es lo suficientemente constante y suave para que una gran zona del espacio experimente inflación. El número N de factores e que se obtienen por inflación es:

$$N = \int_{\phi_0}^0 H dt \approx \pi(\phi_0/m_{pl})^2 \quad (49)$$

Para obtener $N = 58$ hace falta que $\phi_0 \geq 4,3 m_{pl}$ (nuevamente valores mayores

que la masa de Planck). Para obtener fluctuaciones de las densidades del orden correcto λ debe ser menor que 10^{-14} .

Algunos refinamientos del modelo son, por ejemplo, que puede usarse $m^2\phi^2$ como potencial, en vez de $\lambda\phi^4$. Finalmente la inflación puede obtenerse por medios diferentes que las roturas espontáneas de simetría, basta, por ejemplo, agregar un término ϵR^2 [38] al lagrangiano gravitacional (Mijic, Morris y Suen (1986)). El modelo resulta correcto si $10^{11} \leq e\lambda \leq 10^{13}$ GeV.

Indudablemente la inflación permite magnificar grandemente la medida de los posibles estados iniciales del universo. Para el Big-Bang clásico el conjunto de estados iniciales tiene medida cero, y si bien no todo estado inicial lleva a la inflación, esta medida es finita para las teorías descritas en este capítulo. Sin embargo quedan cuatro grandes preguntas sin contestar.

. Los modelos utilizados son "ad hoc" sin una motivación física independiente.

. Si la inflación tuvo lugar sería $\Omega \approx 1$. En efecto, para lograr que las fluctuaciones iniciales de densidad sean las correctas ($(\delta\rho/\rho) = 10^{-4}$) hace falta que $\Omega = 1 \pm 10^{-4}$. Por otro lado se predice un espectro de fluctuaciones de densidad libre de escalas. Hoy en día no hay datos convincentes que nos aseguren que estas dos predicciones sean exactamente ciertas. Las mediciones dinámicas dan que $\Omega = 0,1 - 0,3$ por ejemplo. Esta divergencia puede ser explicada de tres maneras distintas: (i) posibles errores sistemáticos de medición, (ii) materia no condensada en cúmulos que dan la parte no visible de Ω [39], (iii) una "energía de vacío" que tenga el mismo papel. Ninguna de estas explicaciones parece definitiva.

En todas las teorías que hemos descripto las energías puestas en juego están próximas o son mayores a la energía de Planck, de modo que pareciera indispensable utilizar gravedad cuántica (o sea teorías del "tercio superior" como veremos en el próximo párrafo).

. La inflación no da ninguna explicación de la pequeñez de la constante cosmológica.

J. GRAVEDAD CUANTICA, SUPERCUERDAS

De las cuatro preguntas formuladas al final del último párrafo, la segunda debe ser contestada refinando las técnicas de observación, mientras que las otras tres conducen a la necesidad de perfeccionar la teoría. Al actual nivel del desarrollo de las teorías de las partículas e interacciones elementales pareciera que solamente podremos encontrar un modelo convincente de las mismas a altas energías (energías requeridas, como vimos, por la inflación) si disponemos de una estructura que describa todas las interacciones: fuertes, débiles, electromagnéticas y gravitatorias en un marco único. Como esa teoría debe ser necesariamente cuántica, implica cuantificar la

³⁸ Término previsto por la teoría de campos en el espacio-tiempo curvo.

³⁹ Al respecto véase la sugerencia de Sisteró (1988).

gravedad. Hoy en día el modelo más promisorio para unificar las interacciones y cuantificar la gravedad es la teoría de supercuerdas, la que se halla bajo intensa investigación y de la cual tal vez provengan las respuestas a las tres preguntas restantes (cf. Green, Schwarz, Witte, 1987)[⁴⁰]. Lo que se trata de hacer es un gran cuadro unificado que no sólo explique partículas e interacciones sino que conduzca a una cosmología correcta para el universo, una "teoría del todo". Es totalmente prematuro tratar de dar una idea general de dicho gran cuadro, sólo podemos entrever algunas pinceladas del mismo.

. La teoría de supercuerdas sólo puede formularse consistentemente en 10 dimensiones (una temporal y nueve espaciales). Como el espacio-tiempo observable tiene sólo cuatro se debe concluir que las otras seis corresponden a una pequeña variedad compacta, que para que sea inobservable debe tener las dimensiones de la longitud de Planck (llegamos así a una teoría del tipo Kaluza-Klein[⁴¹]). La pequeña variedad compacta tendrá ciertas simetrías que serían las simetrías internas de las partículas elementales. Requerimientos teóricos obligan a que dicha variedad sea además de un tipo particular, que los matemáticos denominan Calabi-Yau. La clasificación de este tipo de variedad es, por el momento, un problema abierto y muy difícil, pero sabemos que distintos tipos de variedad de Calabi-Yau llevan a distintos tipos de modelos físicos para las partículas elementales. Si elegimos por ejemplo una variedad razonable de Calabi-Yau, se deduce que hay cuatro tipos de neutrinos y no más. Como vimos, es justamente este número el correcto para obtener la nucleosíntesis. Este es el tipo de coincidencias que se buscan y que, sin duda, resultan interesantísimas dada la variedad de campos de la física que se han puesto en juego.

. A bajas energías el modelo de supercuerdas lleva (y debe llevar) a la física ordinaria, por ejemplo al lagrangiano ordinario de la Relatividad General $\mathcal{L} = (1/2) \sqrt{-g} R$ y a la ecuación de Einstein (8). De modo que si bien no conocemos exactamente aún cómo y cuál será el modelo final de supercuerdas podemos prever los primeros términos de un desarrollo en serie del lagrangiano en potencias de α' = (1/2) l_p^2 que resulta [⁴²]:

$$\mathcal{L} = (1/2) \sqrt{-g} (R + \alpha' R^2 + \alpha'^2 [R \square R + R^3] + \dots) \quad (50)$$

donde $g_{\mu\nu}$ y R fueron definidos bajo la ecuación (8) y \square es el operador D'Alembertiano. Muchas cosas se pueden entonces estudiar sin conocer aún el lagrangiano exacto. Por ejemplo se puede ver que problemas de interpretación cuántica presenta la gravedad. Muchos trabajos se han realizado al respecto (cf. e.g. Hartle, 1985 ; Vilenkin, 1988a; Castagnino, Mazzitelli, Yastremiz, 1988; Castagnino, 1987, 1988a y b; Castagnino, Mazzitelli, 1988). El

⁴⁰ Recientemente, el optimismo inicial despertado por la teoría de supercuerdas, ha disminuído.

⁴¹ Esto conduce a una "KK-cosmology" (Kolb, 1987).

⁴² Nótese que el término $\alpha' R^2$ con $\alpha' \approx 10^{-38} \text{ Gev}^{-2}$ no es el que hace falta para el modelo de Mijic, Morris y Sun, ya que $10^{-28} \text{ Gev}^{-2} \leq \epsilon \leq 10^{-22} \text{ Gev}^{-2}$.

correcto conocimiento de la interpretación de la teoría es desde luego esencial para poder formular la correspondiente cosmología cuántica.

. Finalmente nos podemos preguntar cuál es el estado cuántico del universo, cuál es su "función de onda". Varias respuestas se han dado a esta pregunta pero merece la pena destacar dos:

(i) La de Hartle y Hawking (1983), que derivan su función de onda de la hipótesis que el universo surgió de la nada y que en consecuencia la variedad que representa el universo es compacta hacia el pasado. Este modelo parecería ajustarse cualitativamente bastante bien al universo observable (Hartle, Hawking, 1983; Halliwell, Hawking, 1985).

(ii) La de Vilenkin (1988b), en la cual también el universo surge "ex nihilo", pero por un efecto túnel, y parece ajustarse aún mejor que el modelo anterior al universo observable, y en distintas condiciones conducir a la nueva inflación y a la inflación caótica.

. Asimismo diversas explicaciones se han buscado para la pequeñez de la constante cosmológica (Parker, 1982; Abbott, 1985). Ultimamente las explicaciones se basan en la posibilidad de que existan fluctuaciones en la topología del espacio (Linde, 1987; Banks, 1988; Coleman, 1988).

Pero todos estos trabajos son por el momento exploratorios y estamos lejos de tener un panorama acabado sobre estos temas.

El presente informe está basado principalmente en los trabajos siguientes:

Wilczek (1983), Hartle (1983), Brandenberger (1985), Ellis (1987), Kolb (1987), Burbidge (1988).

Apéndice I

El problema de los horizontes

En un universo de FLRW, la métrica es

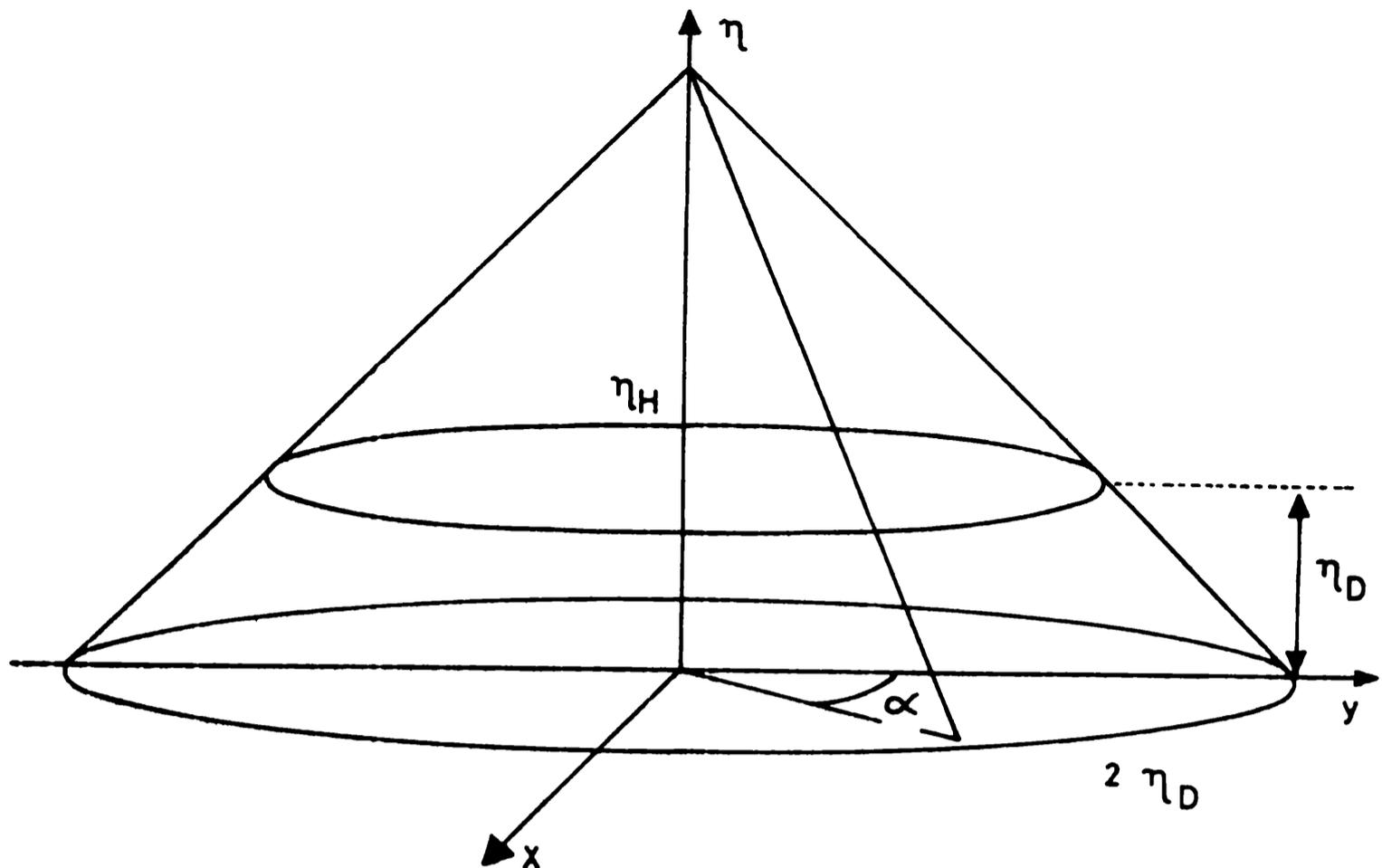
$$ds^2 = a^2(\eta)[d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2]$$

de modo que todos los problemas de propagación de la luz pueden ser tratados en la geometría minkowskyana η, x, y, z . Estudiemos el problema de la radiación de fondo que nos llega hoy η_H , producida en el momento de desacople η_D . Es

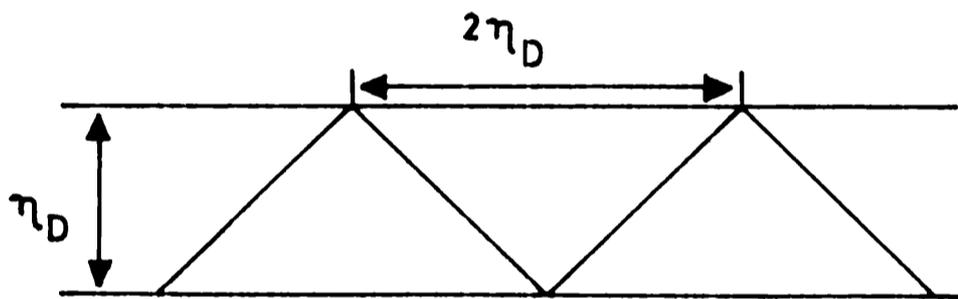
$$\eta_D = \int_0^{t_D} dt/a(t) \quad \eta_H = \int_0^{t_H} dt/a(t)$$

con

$$t_D = 10^{12} \text{ seg} \quad t_H = 10^{17} \text{ seg}$$



Luego la faja de altura η_D es muy poco curva y la podemos desarrollar más o menos sobre el plano.



Entonces eventos que provienen de distancias superiores a $2\eta_D$ no pueden estar conectados. La máxima distancia angular de eventos conectados es

$$\begin{aligned} \alpha &= 2\eta_D / \eta_H = 2 \left\{ \int_0^{t_0} dt (t/t_D)^{1/2} \right\} / \left\{ \int_0^{t_H} dt / (t/t_D)^{2/3} + \eta_D \right\} = \\ &= 2 \left\{ (t_D)^{1/2} / (t_0)^{2/3} \right\} \left\{ 2t_D^{1/2} / 3t^{1/3} \right\} = \\ &= (4/3) (t_D/t)^{1/3} = (4/3) (10^{12}/10^{17})^{1/3} = (4/3) (10^{-5})^{1/3} = \\ &= 4 / (30 \sqrt[3]{100}) = 2\pi/n \quad [43] \end{aligned}$$

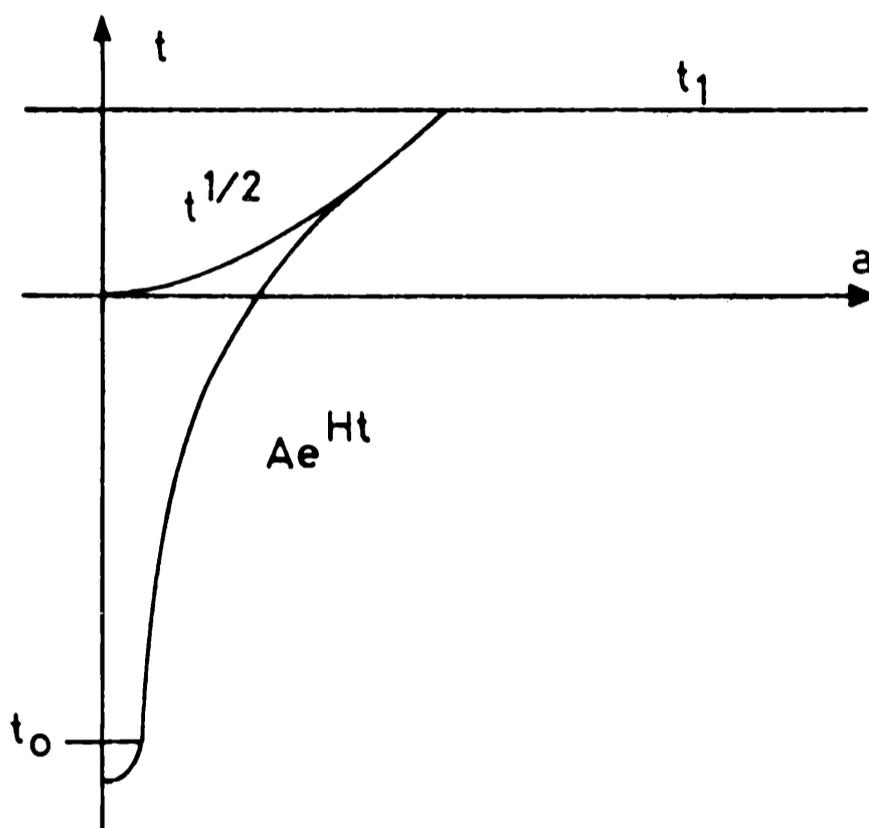
⁴³ n, número de horizontes en 360° es
 $n = 2\pi \cdot 30^3 / \sqrt[3]{100} / 4 \approx \pi(30/2) \times 4,5 \approx 90 \times 2,25$
 número de horizontes en 180° = 90, resultado de Guth.

Supongamos en cambio que $\eta_D \rightarrow \infty$ y $\eta_H \rightarrow \infty$ de manera tal que $\eta_D/\eta_H \rightarrow 1$, entonces

$$\alpha \rightarrow 2 \quad \text{ó} \quad \alpha \rightarrow \sim 180^\circ$$

y todo el horizonte está conectado.

Apéndice II



t_0 es el tiempo en que comienza la inflación, t_1 el tiempo en que termina, $t = 0$ es el tiempo del Big-Bang según el modelo standard. Para que las evoluciones coincidan es:

$$Ae^{Ht_1} = t_1^2 ; A = t_1^2/e^{Ht_1}$$

Luego

$$\eta_{\text{standard}} = \int_0^{t_1} dt/t^{3/2} = |2t^{-1/2}|_0^{t_1} = 2t_1^{-1/2}$$

$$\begin{aligned} \eta_{\text{inflacion}} &= \int_{t_0}^{t_1} dt / A e^{Ht} = (1/A)(-1/H) \int_{t_0}^{t_1} e^{-Ht} d(-Ht) = \\ &= -(1/AH) [e^{-Ht}]_{t_0}^{t_1} = (1/AH) [e^{-Ht_0} - e^{-Ht_1}] = \\ &= (1/Ht_1^{1/2}) [e^{H(t_1-t_0)} - 1] \end{aligned}$$

Luego el incremento del radio es:

$$\eta_{\text{inflacionario}} / \eta_{\text{standard}} = (1/2Ht_1) [e^{H(t_1-t_0)} - 1]$$

$$e^{H\tau} = l_{\text{inflacionario}} / l_{\text{standard}}$$

con $\tau = t_1 - t_0$, periodo que dura la inflacion (si consideramos que $Ht_1 \sim 1$, ya que $H(t_1 - t_0) \sim 65$, de modo que Ht_1 puede tener algunas ordenes de magnitud, pero nunca puede competir con $e^{H(t_1 - t_0)}$). Veremos que es necesario justamente que $e^{H\tau} > e^{65}$ de modo que tenemos de las ec. (33) y (34):

$$L = 2a(t_H) \int_{t_0}^{t_H} dt/a(t) \quad l = 2a(t_H) \int_0^{t_0} dt/a(t)$$

Si en lugar de poner t_0 ponemos t_1 hacemos la cosa mucho más severa y sería

$$\begin{aligned} (1/L)_{\text{standard}} &= \left\{ \int_0^{t_1} dt/a(t) \right\} / \left\{ \int_{t_1}^{t_H} dt/a(t) \right\} = \left\{ \int_0^{t_1} \text{standard} \right\} / \left\{ \int_{t_1}^{t_H} \text{standard} \right\} \\ (1/L)_{\text{inflacionario}} &= \left\{ \int_0^t \text{inflacion} \right\} / \left\{ \int_{t_1}^{t_H} \text{standard} \right\} \cdot \left\{ \int_0^{t_1} \text{standard} \right\} / \\ &\quad \left\{ \int_0^{t_1} \text{standard} \right\} = (1/L)_{\text{standard}} e^{H\tau} \end{aligned}$$

en el caso más grave de utilizar t_1 es $(1/L)_{\text{infl.}} \sim 10^{-28}$ [44] de modo que para que $(1/L)_{\text{infl.}} \sim 1$ debe ser

$$e^{H\tau} > 10^{28} \sim e^{65} ; H\tau > 65$$

BIBLIOGRAFIA

- Abbot, L. F. 1985. "Scalar fields and the cosmological constant",
Relativity, Supergravity and Cosmology. Eds. Bressan O. et al.
World Scientific, Singapore.
- Albrecht, A.; Steinhard, P. (1982). Phys Rev. Lett. **48**, 1120.
- Alcock, C.; Fuller, G.M.; Mathews, G.J. 1987 preprint.
- Arp, H.C. 1987. En "Quasars, Redshifts and Controversies" (Interstellar
Media, Berkeley, CA).

⁴⁴ Para $\Gamma = 10^{17} \text{ GeV} \gg 10^{14} \text{ GeV} = \Gamma_{\text{GUT}}$.

- Banks, Th. 1988. "Prolegomena to a theory of bifurcating universes: a non local solution of the cosmological constant problem". Preprint, Univ. of California, Santa Cruz CA SCIPP 88/09.
- Bonnor, W.B.; Ellis, G.F.R. 1986. Mon. Not. Roy. As. Soc. 218, 605.
- Brandenberger, R.H. 1985. Rev. of Mod. Phys. 59, N°1, p 1.
- Burbidge, G. 1988. "Modern Cosmology: the harmonius and the discordant facts". Int. Jour. of Theor. Phys. A aparecer.
- Burbidge, G. 1981. Ann N.Y. Acad. Sciences. 123.
- Chincarini, G.; Vettolani, G. 1987. En "Observational Cosmology". Proc I.A.U. Symp. N° 124, 319, eds. Hewitt, A. et al. D. Reidel, Dordrecht.
- Castagnino, M.; Mazzitelli, F.D.; Yastremiz, C. 1988. Phys Lett. 203 R, N° 12, 118.
- Castagnino, M. 1988a. "Probability and the time in quantum gravity". En Proceeding SILARG VI, Rio de Janeiro. Ed. M. Novello. World Scientific. Singapur.
- Castagnino, M. 1988b. "Probabilistic time in quantum gravity". A aparecer en Phys. Rev. D.
- Castagnino, M.; Mazzitelli, F.D. 1988. "Probabilistic time and the quantum gravity interpretation". A aparecer en Inter. Jour. of Theor. Phys.
- Coleman, S. 1988. "Why there is nothing rather than something: a theory of the cosmological constant". Harvard University Preprint. HUTP. 88/A022.
- Ellis, G.R.R. 1978 Mon. Not. Roy. As Soc. 184, 349.
- Ellis, G.F.R. 1979. Gen. Rel. Grav. Vol. II, 28.
- Ellis, G.F.R. 1987. Standard Cosmology. En Proceeding V Escuela de Cosmologia y Gravitación, Rio de Janeiro. Ed. M. Novello. World Scientific. Singapur.
- Fowler, W.A. 1987. Quant J.R.A.S., 28, 87.
- Geller, M.; Huchra, J.P.; L'Apparent V. de. 1987. En "Observational Cosmology". Proc. I.A.U. Symp., N° 124, eds Hewitt A. et al. D.Reidel, Dordrecht.
- Green, M.B.; Schwarz, J.H.; Witten, E. 1987. "Superstrings", Cambridge University Press. Cambridge.
- Guth, A. 1981. Phys. Rev. D. 23, 347.
- Halliwel, J.J.; Hawking, S.W. 1985. Phys Rev. D, 31, N°8, 1777.
- Hartle, J.B.; Hawking, S.W. 1983. Phys. Rev. D, 28, N°12, 2960.
- Hartle, J.B. 1983. Quantum Cosmology and the Early Universe. En "The very early universe". p.59. Ed. Gibbons G. W. et al. Cambridge Univ. Press. Cambridge.
- Hartle, J. 1985. Quantum Cosmology Theor. Adv. Study Inst. in Element. Part. Phys. Preprint TH-71. Yale Univ.
- Holman, R.; Ramond, P.; Ross, G. 1984. Phys Lett., 137 B, 343.
- Iben, I.; Renzini, A. 1984. Phys. Rept., 105, 331.
- Kolb, L.W.; 1987. "Lectures on Particle Cosmology". En Proceeding V Escuela de Cosmologia y Gravitación. Rio de Janeiro. Ed. M. Novello. World Scientific. Singapur.
- L'Apparent V. de; Geller, M.J.; Huchra, J.P. 1986. Astrophys. Jour. 302, L1.

- Linde, A.D. 1982. Phys. Lett. 108 B, 389.
- Linde, A.D. 1983. Phys. Lett. 129 B, 177.
- Linde, A.D. 1987. "The universe multiplication and the cosmological constant problem". Preprint HUTP-87//A075. Harvard Univ. Cambridge, MA.
- Lynden-Bell D. 1987. Quant. J.R.A.S. 28, 186.
- Mijic, M.B.; Morris, M.S.; Suen, W.M. 1986. "The R^2 Cosmology - inflation without a phase transition", Caltech Report CATT-68-1320.
- Pagels, B.E.; Terlevich, R.J.; Melnick, J. 1986. Pub Astron. Soc. Pac. 98, 1005.
- Parker, L. 1982. En proceedings Third Marcel Grossman Meeting. Pi, S.Y. 1984. Phys. Rev. Lett. 52, 1725.
- Ruffini, R.; Einasto, J. (1988). En proceeding "Friedmann Centennial Commemoration Conference". Leningrado. World Scientific. Singapore.
- Sandage, A.R. 1988a. Preprint.
- Sandage A. R. 1988b. Preprint.
- Shafi, Q.; Vilenkin, A. 1984. Phys. Rev. Lett. 52, 691.
- Scharm, D. 1984. En proceeding IV Escuela de Cosmología y Gravitación. Río de Janeiro, Ed. M. Novello. World Scientific. Singapur.
- Sisteró, R.F. 1988. El teorema de Eisenstadt y la cosmología observacional. Este volumen.
- Stoeger, W.; Ellis, G.F.R.; Hellaby, C. 1987. Mon. Not. Roy. Soc. A aparecer.
- Weinberg, S. 1972. Gravitation and Cosmology. Wiley, New York.
- Wilczek, F. 1983. Foundation and working pictures in microphysical cosmology. En "The very early universe". p 9. Ed. Gibbons G. W. et al. Cambridge Univ. Press. Cambridge.
- Winget, D.E. 1987. Preprint.